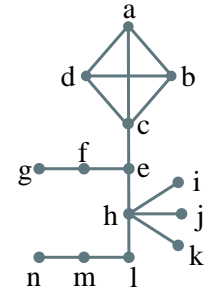


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت زمان:	۴۰ دقیقه
آزمون شبیه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز			
ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)	نمره			
۱	<p>گزاره درست را با (ص) و گزاره نادرست را با (غ) مشخص کنید.</p> <p>الف) در گراف G، از مرتبه ۵، همسایگی بسته همه رئوس ۵ عضو دارد. اندازه این گراف ۱۰ است.</p> <p>ب) عدد احاطه‌گری گراف مقابل ۲ است.</p>  <p>پ) تعداد عددهای پنج‌رقمی که با ارقام ۱، ۲، ۲، ۲، ۳ می‌توان ساخت، برابر ۶۰ تا است.</p> <p>ت) معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ تعداد ۳۶ جواب صحیح و مثبت دارد.</p>	۲			
۲	<p>در جاهای خالی عدد یا عبارت‌های مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر در گراف G، با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ رابطه $\delta = \Delta = 2$ برقرار باشد، اندازه گراف است.</p> <p>ب) گراف G از مرتبه ۶ و اندازه ۱۵، تعداد دور به طول ۳ دارد.</p> <p>پ) تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی، است.</p> <p>ت) در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۹۰ ($1 \leq n \leq 90$) تعداد اعدادی که بر ۶ و ۸ بخش پذیرند است.</p>	۲			
۳	در گرافی از مرتبه ۱۰ و اندازه ۴۳، δ چه اعدادی می‌تواند باشد؟	۱.۵			
۴	<p>در یک گراف $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ که $v_i v_j$ زمانی عضو $E(G)$ است که $i + j$ زوج باشد، به سؤالات زیر پاسخ دهید:</p> <p>الف) اندازه گراف چه عددی است؟</p> <p>ب) همسایگی بسته رأس v_2 را بنویسید.</p> <p>پ) مکمل گراف چند یال دارد؟</p> <p>ت) آیا گراف همبند است؟ چرا؟</p> <p>ث) گراف چند دور دارد؟</p> <p>ج) دو مسیر به طول ۲ در گراف بنویسید.</p> <p>چ) یک زیرگراف از مرتبه ۵ و اندازه ۲ از گراف داده شده بنویسید.</p>	۳.۵			
۵	<p>عدد احاطه‌گری گراف زیر را تعیین کنید و یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای آن بنویسید.</p> 	۱.۵			
۶	در گراف مقابل یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم بنویسید.	۱			



به نام خدا

ساعات شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۲	سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته																																		
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم																																		
گروه آموزشی ماز آزمون شبیه ساز امتحان نهایی																																						
ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)	نمره																																				
۷	ماهرخ می خواهد به مناسب روز مادر، برای مادرش دسته گلی هدیه بخرد. او به چند حالت از بین ۵ نوع گل می تواند ۱۲ شاخه انتخاب کند، به طوری که از گل نوع سوم دقیقاً ۳ شاخه و از گل نوع چهارم حداقل ۴ شاخه داشته باشد؟	۲																																				
۸	الف) در مربع لاتین زیر، x کدام است؟ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>۱</td><td></td><td>۲</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>۳</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>۱</td><td></td></tr> </table> ب) متعامد بودن دو مربع لاتین <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> و <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> را بررسی کنید.	۱		۲			۳						x			۱		۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۱۰.۵		
۱		۲																																				
	۳																																					
			x																																			
		۱																																				
۱	۲	۳																																				
۳	۱	۲																																				
۲	۳	۱																																				
۳	۱	۲																																				
۱	۲	۳																																				
۲	۳	۱																																				
۹	چند عدد دو رقمی داریم که نه بر ۴ بخش پذیرند و نه بر ۶؟	۲.۵																																				
۱۰	اگر ۵ نقطه با مختصات صحیح در نظر بگیریم. ثابت کنید حداقل دو نقطه از این ۵ نقطه وجود دارد، طوری که مختصات وسط این دو نقطه نیز صحیح می باشند.	۲.۵																																				
	موفق باشید.	۲۰																																				



به نام خدا

ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۳	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:

نمره	پاسخبرگ	ردیف
------	---------	------

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

۲	(الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۲	(الف) (ب) (پ) (ت)	۲
۱.۵		۳
۳.۵	(الف) (ب) (پ) (ت) (ث) (ج) (چ)	۴



به نام خدا

ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۳	آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:
نمره	پاسخبرگ			ردیف
پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.				

۱.۵		۵
۱		۶
۲		۷
۱.۵		الف) ب) ۸





به نام خدا

ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۳	آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:

ردیف	پاسخبرگ	نمره
------	---------	------

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

۲.۵		۹
۲.۵		۱۰
۲۰	موفق باشید.	



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه پاسخ

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۱۸



ماز

گروه آزمایشی ریاضی و فیزیک - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۷

ویراستاری	مسئول درس	درس
فاطمه حمیدی	حسن وسکری - علیرضا جعفری فاطمه عباسی	فارسی
کیارش پور مهدی - مریم آقایی	هاله کریمی	عربی
نرجس تیمناک - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسونند	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسابان
نرجس تیمناک - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسونند	سوگند روشنی	هندسه
		ریاضیات گسسته

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های مازی!

مصصح شو:



پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصصح شو»، می‌خواد شما رو به یه مصصح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



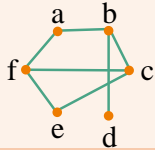
با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته:	ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون:	۱۴۰۴/۰۲/۱۸
ساعت شروع:		مدت زمان: ۴۰ دقیقه
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	<p>مصحح شو:</p> <p>الف) درست (۰/۵)</p> <p>هنگامی که همسایگی بسته رأسی ۵ عضو دارد، درجه آن رأس ۴ است و چون درجه تمام رئوس ۴ است. گراف کامل مرتبه ۵ است که تعداد یال‌های گراف کامل از رابطه $q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$ به دست می‌آید.</p> $q = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$ <p>ب) درست (۰/۵)</p> <p>عدد احاطه‌گری گراف، $\gamma = 2$ است و مجموعه $\{a, c\}$ یکی از مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم این گراف است.</p> <p>پ) نادرست (۰/۵)</p> <p>تعداد عددهای پنج رقمی با ارقام داده شده $5 \times 4 = 20$ تا است.</p> <p>ت) درست (۰/۵)</p> <p>تعداد جواب‌های صحیح و مثبت (طبیعی) معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ از رابطه $\binom{n-1}{k-1}$ به دست می‌آید.</p> <p>۲</p> $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ $\binom{9}{2} = 36$	
	<p>همسایگی باز و همسایگی بسته</p> <p>دو رأس u و v از گراف G را دو رأس همسایه یا مجاور می‌گوییم، هرگاه توسط یالی به هم وصل شده باشند، یعنی $uv \in E(G)$.</p> <p>گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید:</p> <ul style="list-style-type: none"> رأس v_2 با تمام رأس‌ها همسایه یا مجاور است. رأس v_1 با رأس‌های v_2, v_6, v_7 مجاور است. رأس v_3 فقط با رأس v_2 مجاور است. رأس v_6 با همه رأس‌ها به جز v_3 مجاور است. <p>فرض کنیم $v \in V(G)$ به مجموعه رأس‌هایی از گراف G که به رأس v متصل هستند، همسایگی باز رأس v می‌گوییم و با $N_G(v)$ نمایش می‌دهیم.</p> $N_G(v) = \{u \in V(G) : uv \in E(G)\}$ <p> </p> $\Rightarrow N_G(v_6) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_7\}, \quad N_G(v_2) = \{v_1, v_3, v_6, v_7\}$	

با اضافه کردن خود رأس v به $N_G(v)$ همسایگی بسته رأس v به دست می‌آید که آن را با $N_G[v]$ نمایش می‌دهیم.

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$



$$\Rightarrow N_G[a] = \{a, b, f\}, \quad N_G[b] = \{a, b, c, d\}$$

مصحح شو:

(الف) ۵ (۰/۵)

چون $\delta = \Delta = 2$ است. گراف 2 -منتظم و از مرتبه 5 است. تعداد یال‌ها برابر است با: $q = \frac{Kp}{2} = \frac{2 \times 5}{2} = 5$

(ب) ۲۰ (۰/۵)

با توجه به تعداد رأس و یال داده شده، گراف کامل مرتبه 6 است. تعداد دورهای به طول 3 ، مطابق 20 شو برابر است با:

$$\binom{6}{3} \frac{(3-1)!}{2} = 20$$

(پ) ۸۴۰ (۰/۵)

مطابق توضیحات «۲۰ شو» تعداد توابع یک‌به‌یک برابر است با: $P(7, 4) = \frac{7!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$

(ت) ۳ (۰/۵)

اعدادی که هم بر 6 و هم بر 8 بخش پذیرند بر 24 بخش پذیرند و تعداد آن‌ها برابر است با: $\left[\frac{90}{24} \right] = 3$

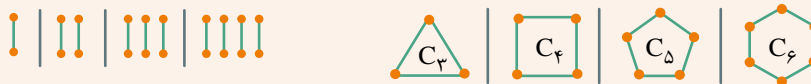
همه چیز درباره گراف

گراف ساده‌ای که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر عدد K باشند، گراف K -منتظم می‌نامیم. بدیهی است که در هر گراف K -منتظم، رابطه $\Delta = \delta = K$ برقرار است و برعکس.



اگر دنباله درجات گرافی، تشکیل دنباله حسابی یا هندسی بدهند، گراف منتظم است.

گراف 0 -منتظم را که هیچ یالی ندارد گراف تهی می‌نامند و یک گراف تهی n رأسی را با \bar{K}_n نشان می‌دهند.



♦ اگر G یک گراف K -منتظم از مرتبه p با اندازه q باشد، آنگاه اندازه گراف G از رابطه مقابل به دست می‌آید: $p \times K = 2q$

♦ تعداد دورهای به طول m در گراف کامل مرتبه p برابر $\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2}$ است.

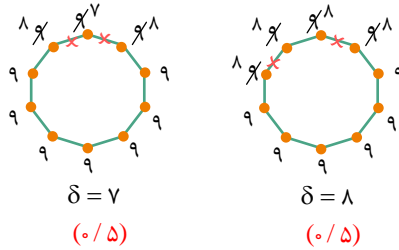
♦ تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه m عضوی به یک مجموعه n عضوی ($n \geq m$) برابر $P(n, m)$ است که $P(n, m) = \frac{n!}{(n-m)!}$

♦ تعداد اعدادی که کوچک‌تر مساوی n هستند و بر k بخش پذیرند برابر $\left[\frac{n}{k} \right]$ است.

مصیح شو:

گراف کامل مرتبه ۱۰ همواره $q = \binom{10}{2} = 45$ یال دارد و گراف داده شده در صورت سوال ۲ یال کمتر از گراف کامل دارد که دو حالت اتفاق می‌افتد.

۱.۵



۳

۲۰ شو:

اگر تعداد یال‌های گراف داده شده در صورت سوال به گراف کامل نزدیک بود، گراف را با گراف کامل مقایسه می‌کنیم.

مصیح شو:

الف) ۶ (۰/۵)

اگر گراف را رسم کنیم، گرافی به صورت زیر خواهیم داشت.

ب) $\{v_2, v_4, v_6\}$ (۰/۵)

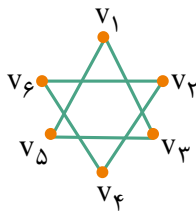
پ) ۹ (۰/۵)

می‌دانیم $q + \bar{q} = \frac{p(p-1)}{2}$ ، بنابراین: $6 + \bar{q} = 15 \Rightarrow \bar{q} = 9$

ت) خیر (۰/۵) زیرا بین هر دو رأس آن مسیری وجود ندارد. (۰/۵)

ث) ۲ دور (۰/۲۵)

ج) $v_2v_4v_6 - v_1v_3v_5$ (۰/۵)

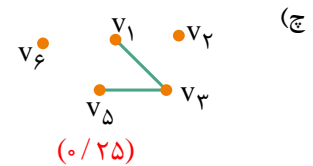


۳.۵

راهنمای مصیح

به مسیرهای به طول ۲ دیگر هم بارم تعلق می‌گیرد.

۴



راهنمای مصیح

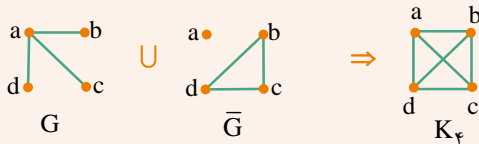
به زیرگراف‌های درست دیگر هم بارم تعلق می‌گیرد.

مکمل گراف

مکمل گراف G که آن را با G^c یا \bar{G} نمایش می‌دهیم، گرافی است که مجموعه رئوس آن همان مجموعه رئوس گراف G است و بین دو رأس \bar{G} یک یال است اگر و تنها اگر بین همان دو رأس از G یالی وجود نداشته باشد، به عبارت دیگر: رأس‌های گراف \bar{G} ، همان رأس‌های گراف G است ولی یال‌هایش، یال‌هایی هستند که G آن‌ها را ندارد.



از روی هم قرار دادن یک گراف مانند G و مکمل آن یعنی \bar{G} ، یک گراف کامل به دست می‌آید.

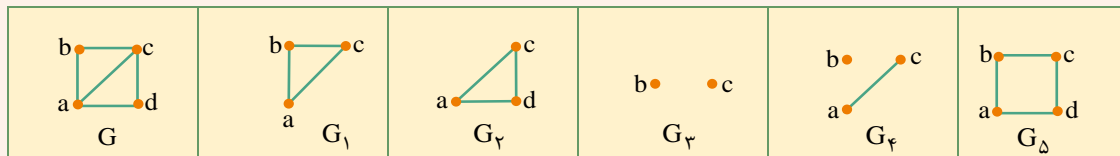


اگر گراف \bar{G} مکمل گراف G باشد، گراف G نیز مکمل گراف \bar{G} است.

زیرگراف

اگر G یک گراف ساده باشد، در این صورت یک زیرگراف از گراف G گرافیتیست که مجموعه رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های G باشد.

گراف G در جدول زیر را در نظر بگیرید، گراف‌های G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 همگی زیرگراف‌هایی از G هستند:



مصحح شو:

$$\gamma \geq \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \Rightarrow \gamma \geq \left\lfloor \frac{14}{5+1} \right\rfloor \Rightarrow \gamma \geq 3 \quad (0/25)$$

$$\gamma = 4 \quad (0/5)$$

$$\text{مجموعه } -\gamma : \{h, f, m, c\} \quad (0/5)$$

راهنمای مصحح

به $-\gamma$ مجموعه‌های دیگر 4 عضوی نیز بارم تعلق می‌گیرد.

نکاتی طلایی

تعریف: زیرمجموعه D از مجموعه رئوس گراف G را مجموعه احاطه‌گر می‌نامیم، هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.

معمولاً یک گراف می‌تواند مجموعه‌های احاطه‌گر گوناگونی داشته باشد. از طرفی واضح است که هر مجموعه که شامل زیرمجموعه احاطه‌گر باشد، احاطه‌گر است. در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر یک گراف، مجموعه‌ای را که کم‌ترین تعداد عضو را داشته باشد مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن گراف می‌نامیم.

تعریف: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

گاهی اوقات برای راحتی به یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از گراف G ، یک $-\gamma$ مجموعه می‌گوییم.

مصحح شو:

(۱) $\{b, c, d, f, g\}$

راهنمای مصحح

به مجموعه‌های درست دیگر هم بارم تعلق می‌گیرد.

۲۰ شو:

تعریف: یک مجموعهٔ احاطه‌گر را که با حذف هر یک رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر **مینیمال** می‌نامیم.

مصحح شو:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

$$x_3 = 3, x_4 \geq 4 \Rightarrow x_4 - 4 \geq 0: x_4 - 4 = t_4 \Rightarrow x_4 = t_4 + 4$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$x_1 + x_2 + 3 + t_4 + 4 + x_5 = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + t_4 + x_5 = 5 \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow \binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = 56 \quad (۰/۵)$$

(۰/۵)

۲۰ شو:

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با $\binom{n+k-1}{k-1}$.

مصحح شو:

الف) $X = 2$ (۰/۵)

ب) متعامد هستند. (۰/۵) زیرا پس از تشکیل مربع جدید درایه تکراری نداریم.

۱۳	۲۱	۳۲
۳۱	۱۲	۲۳
۲۲	۳۳	۱۱

(۰/۵)

مربع لاتین

۱.۵ یک جدول $n \times n$ از اعداد $1, 2, \dots, n$ به شکل مربع $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد $1, 2, \dots, n$ پر شده است و در هیچ سطر آن و در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد را مربع لاتین می‌نامیم.

دو مربع لاتین متعامد

تعریف: فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتب باشند به طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانهٔ آن حاوی یک عدد دو رقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B (و یا برعکس) است. در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B «متعامد» هستند هرگاه هیچ‌یک از اعداد دو رقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

به طور مثال، برای دو مربع A و B به صورت زیر داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 22 & 33 & 44 & 11 \\ 34 & 21 & 12 & 43 \\ 41 & 14 & 23 & 32 \\ 13 & 42 & 31 & 24 \end{bmatrix}$$

مصحح شو: 

اگر A اعداد بخش پذیر بر 4 و B اعداد بخش پذیر بر 6 باشند.

$$n(A) = \left[\frac{99}{4} \right] - \left[\frac{9}{4} \right] = 24 - 2 = 22 \quad (0/25)$$

$$n(B) = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] = 16 - 1 = 15 \quad (0/25)$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{12} \right] - \left[\frac{9}{12} \right] = 8 \quad (0/5)$$

$$n(A' \cap B') = 90 - 22 - 15 + 8 = 61 \quad (0/5)$$

۲۰ شو: 

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(S) - n(A \cup B) = n(S) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

مصحح شو: 

می دانیم اگر دو نقطه به صورت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ باشند، نقطه وسط آن‌ها $M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$ (۰/۵) زمانی صحیح است که $x_A + x_B$ و $y_A + y_B$ زوج باشند و باید نقاط A و B از نظر زوج و فرد بودن، مختصات مشابه یکدیگر باشند.

اگر لانه‌ها را به صورت (زوج،زوج) (فرد،زوج) (زوج،فرد) (فرد،فرد) (۱) را در نظر بگیریم. طبق اصل لانه کیوتری، اگر ۵ کیوتر داشته باشیم، لانه‌ای وجود دارد که حداقل دو کیوتر در آن باشند، بنابراین اگر ۵ نقطه داشته باشیم، حداقل ۲ نقطه وجود دارد که مختصات وسطشان صحیح باشد. (۱)

اصل لانه کیوتری 

اگر m کیوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کیوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کیوتر در آن قرار گرفته است.

۲۰

موفق باشید.